

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $b = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ のとき, $a^2 + b^2 + 2ab$ の値を求めよ。

〔問2〕 2つの整数124, 77を自然数 n で割ったとき, 余りがそれぞれ4, 5となる最大の自然数 n を求めよ。

〔問3〕 縦が x cm, 横が y cmの長方形があり, 【長方形A】とする。

【長方形A】の縦を5 cm長くし, 横を3 cm短くした長方形の面積は, 【長方形A】の面積より 10 cm^2 増えた。

また, 【長方形A】の縦を3 cm短くし, 横を5 cm長くした長方形の面積は, 【長方形A】の面積より 14 cm^2 減った。

x, y の値を求めよ。

〔問4〕 1, 3, 4, 5, 6, ◎の書かれた立方体があり, 【立方体A】とする。また, 2, 3, 4, 5, 6, ☆の書かれた立方体があり, 【立方体B】とする。

右の図1は【立方体A】の展開図であり, 右の図2は【立方体B】の展開図である。

【立方体A】と【立方体B】を使って, 次のルールに従いゲームを行う。

〈ルール〉

- ・はじめに【立方体A】を◎が出るまで, 繰り返し投げる。
- ・◎が出たら次は, 【立方体B】を☆が出るまで, 繰り返し投げる。
- ・☆が出たところで,

【立方体A】を投げて出たすべての数字と

【立方体B】を投げて出たすべての数字の

合計を得点とし, ゲームを終了する。

このゲームを行うとき, 得点が5になる場合は全部で何通りあるか。

〔問5〕 右の図3は, 長さの等しい線分ABと線分CDである。点Aが点Cに, 点Bが点Dに一致するように線分ABを回転させる。このとき, 回転の中心となる点Oを定規とコンパスを用いて作図によって求めよ。

ただし, 作図に用いた線は消さなくてよいこと。

図1 【立方体A】の展開図

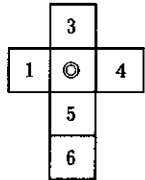


図2 【立方体B】の展開図

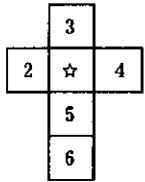
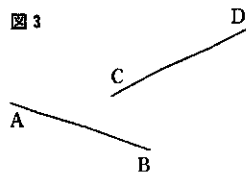


図3

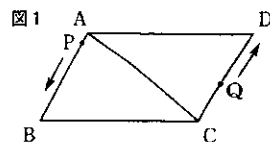


2 右の図1で、四角形ABCDはAB=10cm, BC=16cm, $\angle ABC=60^\circ$ の平行四辺形である。

2点A, Cを結ぶ。

2点P, Qは平行四辺形ABCDの辺または対角線AC上を動く点である。2点P, Qは出発してから x 秒間にそれぞれ、 $\frac{1}{2}x^2$ cm, $\frac{9}{2}x$ cm動く。

次の各問に答えよ。



[問1] 点Pは頂点Aを出発し、頂点B, C, D, A, B, C, D, A, ……の順に通り、動き続ける。
点Qは頂点Cを出発し、頂点D, A, B, C, D, A, B, C, ……の順に通り、動き続ける。
2点P, Qが同時に出発するとする。
次の(1), (2)に答えよ。

(1) 点Pが点Qに最初に追いつくのは、点Pがどの辺上にあるときか。

(2) 出発してから12秒後の点Pと点Qを結んだ線分PQの長さは何cmか。

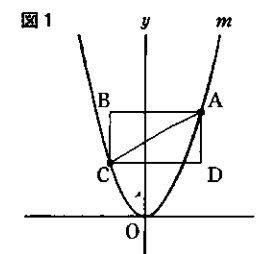
[問2] 点Pは頂点Aを出発し、頂点B, C, A, B, C, A, ……の順に通り、動き続ける。
点Qは頂点Cを出発し、頂点D, A, C, D, A, C, ……の順に通り、動き続ける。
2点P, Qが同時に出発するとする。
2点P, Qがそれぞれの出発点を、初めて同時に通過するのは何秒後か。
ただし、解答欄には、答えだけでなく、答えを求める過程がわかるように、途中の式や計算なども書け。

3 右の図1で、点Oは原点、曲線 m は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフを表している。

曲線 m 上に2点A, Cをとり、点Aと点Cを結ぶ。

線分ACを対角線とする四角形ABCDがある。辺ABと辺DCはそれぞれ x 軸と平行で、辺BCと辺ADはそれぞれ y 軸と平行である。

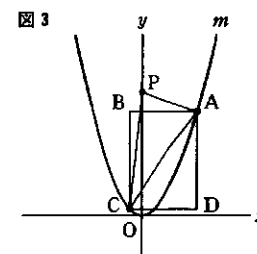
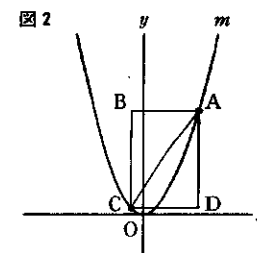
次の各問に答えよ。



[問1] 右の図2は、図1において、2点A, Cの座標がそれぞれ $(4, 8)$, $(-1, \frac{1}{2})$ である場合を表している。
次の(1), (2)に答えよ。

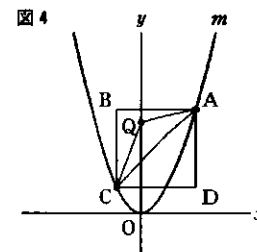
(1) 四角形ABCDの面積を2等分し、原点Oを通る直線の式を求めよ。

(2) 右の図3は、図2において、 y 軸上にあり y 座標が正である点をPとし、点Aと点P, 点Cと点Pをそれぞれ結んだ場合を表している。
 $\triangle APC$ の面積が四角形ABCDの面積の2分の1となるとき、点Pの座標を求めよ。



[問2] 右の図4は、図1において、2点A, Cの座標がそれぞれ $(4, 8)$, $(-2, 2)$ で、 y 軸上にあり y 座標が2より大きい点をQとし、点Aと点Q, 点Cと点Qをそれぞれ結んだ場合を表している。
 $\triangle AQC$ の面積が四角形ABCDの面積の4分の1であるとき、点Qから線分ACにひいた垂線と線分ACとの交点をHとする。点Hの座標を求めよ。

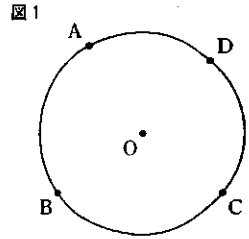
ただし、解答欄には、答えだけでなく、答えを求める過程がわかるように、途中の式や計算なども書け。



4 右の図1は、半径2 cmの円Oであり、円周上に4点A, B, C, Dがこの順に並んでおり、互いに一致しない場合を表している。

ただし、 \widehat{AB} は点Cを含まない弧を表し、 \widehat{BC} は点Dを含まない弧を表し、 \widehat{CD} は点Aを含まない弧を表し、 \widehat{DA} は点Bを含まない弧を表している。

次の各問に答えよ。

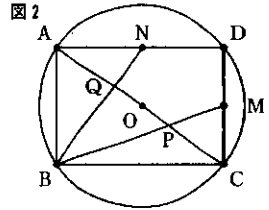


[問1] 右の図2は、図1において、点Aと点B, 点Bと点C, 点Cと点D, 点Dと点Aをそれぞれ結んでできる四角形ABCDが長方形である場合を表している。

辺CDおよび辺DAの中点をそれぞれM, Nとし、点Aと点Cを結んだ線分ACと点Bと点Mを結んだ線分BMおよび点Bと点Nを結んだ線分BNとの交点をそれぞれP, Qとする。

$$AQ = QP = PC$$

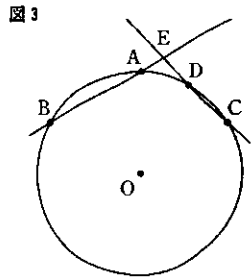
であることを証明せよ。



[問2] 右の図3は、図1において、 $\widehat{BC} = 4\widehat{AB}$, $\widehat{CD} = \widehat{DA} = \frac{1}{2}\widehat{AB}$

である場合を表している。

2点A, Bを通る直線と2点C, Dを通る直線の交点をEとしたとき、 $\angle BEC$ の大きさは何度か。



[問3] 右の図4は、図1において、 $\widehat{BC} = \frac{4}{3}\widehat{AB}$, $\widehat{CD} = \widehat{AB}$, $\widehat{DA} = \frac{2}{3}\widehat{AB}$ である場合を表している。

このとき、点Aと点B, 点Bと点C, 点Cと点D, 点Dと点Aをそれぞれ結んでできる四角形ABCDの面積は何 cm^2 か。

